Литература

1. *Mintseris J., Janin J., Chen, R. and Weng Z.* A protein-protein docking benchmark // Proteins, Vol. 52, 2003. − P. 88–91.
2. *May P., Hoppe A., Frommel C., Gunther, S. and R. Preissner*. Docking without docking: ISEARCH - prediction of interactions using known interfaces // Proteins, Vol. 60, 2007. − P. 150–159.
3. *Alexov E., Kundrotas P.J.* Predicting 3d structures of transient protein–protein complexes by homology // Biochimica et Biophysica Acta, Vol. 1764, 2006. − P.1498–1511.
4. **Grimm V., Krakaki A., Szilagyi A. and Skolnik J**. Prediction of physical protein-protein interactions // Phys. Biol, Vol. 2, 2005. − P. S1–S16.
5. *Matthews L.* et al.. Identification of potential interaction networks using sequencebased searches for conserved protein–protein interactions or 'interologs' // Genome Res., Vol. 11, 2001. − P. 2120–2126.
6. *T. Kirys, S. Feranchuk, A. Tuzikov, J. Rocha*. Iterative protein alignment algorithm (IPA) // Proc. of the 3-rd Moscow conference on computational molecular biology. – 2007. – P. 145-147.
7. *Leplae R., Lensink M., Menndez, R. and Wodak S.* Assessment of CAPRI predictions in rounds 3–5 shows progress in docking procedures // Proteins, Vol. 60, 2005. – P. 150–169.

ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ХЕЛЛИЕВОЙ РАЗМЕРНОСТИ ГРАФА

Е.В. Крылов

1. ВВЕДЕНИЕ

Понятие хеллиевой размерности введено и рассмотрено в работе [1]. Оно напрямую связано с классом графов r-мино – классом, в котором каждая вершина входит не более чем в r максимальных клик. Этот класс интересен по следующим причинам: при фиксированном r для r-мино известны эффективные алгоритмы построения структур данных, оптимальных по используемой памяти и позволяющих определять смежность вершин за время $O(1)$ [2]. Также известен полиномиальный алгоритм, который для фиксированного r определяет, является ли данный граф r-мино и в случае, если это так, строит список всех максимальных клик графа [3]. Класс r-мино совпадает с классом реберных графов от хеллиевых гиперграфов ранга не более r. Очевидно, что краусова размерность графа не может превосходить хеллиеву размерность графа [1]. Однако, в [1] показано, что разность между этими двумя размерностями может быть сколь угодно большой.

В [1] поставлен вопрос о сложности задачи нахождения хеллиевой размерности произвольного графа. Распознавательный аналог задачи может быть решен за полиномиальное время при фиксированном r [3]. В силу формулировки задачи, её необходимо рассматривать в терминах #Р-полноты [4]. В настоящей работе доказано, что задача нахождения хеллиевой размерности графа является #Р-полной.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Подсчитывающая машина Тьюринга – это недетерминированная машина Тьюринга со вспомогательным устройством вывода, на котором она печатает в двоичном виде число допустимых вычислений этой машины для заданных входных данных. Такая машина имеет сложность $t(n)$, если самое большое время допустимого вычисления на множестве всех входных данных размера n не превышает $t(n)$.

Пусть Σ и Γ – непустые алфавиты и f: $\Sigma^*\to B(\Gamma^*)$ – функция из множества Σ^* слов над Σ в булеан $B(\Gamma^*)$. Если x – слово из Σ^*, то будем говорить, что $f(x)$ – множество следов для x, а элементы этого множества будем называть следами для x. С любой такой функцией можно связать следующую задачу подсчета: дано слово x из Σ^*, найти количество следов для x во множестве $f(x)$. Далее задачами подсчета будут называться сами функции.

Определение 1. Классом #Р назовем класс таких задач подсчета f, что выполняются следующие условия:

1. Существует полиномиальный алгоритм для подсчитывающей машины Тьюринга, который для заданных x и y определяет, верно ли, что y – след для x (т.е., что $y\in f(x)$).
2. Существует такое натуральное число k (которое может зависеть от задачи подсчета), что $|y| \le |x|^k$ для любых $y\in f(x)$.

Определение 2. Пусть f: $\Sigma^*\to B(\Gamma^*)$ и g:$\Pi^*\to B(\mathrm{P}^*)$ – две задачи подсчета. Сведением задачи g к задаче f будем называть пару функций v: $\Pi^*\to\Sigma^*$ и r: $N\to N$, вычислимых за полиномиальное время, и такую, что

$$|g(x)| = r(|f(v(x))|)$$

Определение 3. Задачу подсчета f будем называть #Р-сложной, если любую задачу из #Р можно свести к задаче f. К тому же, если $f\in$#Р, то задачу f будем называть #Р-полной.

3. ХЕЛЛИЕВА РАЗМЕРНОСТЬ

Определение 4. Граф назовем r-мино, если любая его вершина входит в не более чем r максимальных клик.

Определение 5. Минимальное число $r\in N$, что граф G является r-мино, назовем хеллиевой размерностью графа и будем обозначать hd(G).

Сформулируем задачу о нахождении хеллиевой размерности следующим образом:

Дан граф G и функция f следующего вида: $f(G)=\{r\in N\colon \text{hd}(G)>r\}$. Требуется определить для заданного графа число элементов во множестве $f(G)$.

Очевидно, что $|f(G)|$ и будет хеллиевой размерностью графа.

Теорема 1. Задача нахождения хеллиевой размерности #P-полна.

Доказательство. Покажем, что $f\in$#P. Действительно, существует полиномиальный алгоритм, определяющий, для фиксированного числа r, является ли граф r-мино. За полиномиальное время можно проверить для любого числа r и графа G, верно ли что $r\in f(G)$. Таким образом, первый пункт определения 1 выполняется. Второй пункт также, очевидно, выполняется в силу того, что в качестве следов используются натуральные числа. Итак, $f\in$#P по определению.

Покажем теперь, что f – #P-сложная. Для этого необходимо для некоторой #P-полной задачи g доказать, что g можно вычислить с помощью некоторого числа элементарных операций и вычислений функции f. В качестве такой задачи рассмотрим следующую #P-полную задачу подсчета g: дан граф G, определить число максимальных клик в нем. В этом случае множеством следов будут являться максимальные клики графа G. Известно, что эта задача является #P-полной [4].

Очевидно, что число максимальных клик в графе G совпадает с числом хеллиевой размерности графа G+x, где x – доминирующая вершина. Таким образом, $|g(G)|=|f(G+x)|$ и задача f является #P-полной. Теорема доказана.

Литература

1. *Metelsky Y., Tyshkevich R.* Line graphs of Helly hyperhgraphs // SIAM Journal of Discrete Mathematics. 16. 2003. No. 3. 438–448.
2. *Morgan D.* Useful names for vertices: An introduction to dynamic implicit informative labeling schemes // TR05-04. University of Alberta. 2005.
3. *Krylou Y.V., Perez Tchernov A.J.* An efficient algorithm of r-mino recognizing // Texts in Algorithmics. Third ACID Workshop. 2007. Vol. 9. P. 148.
4. *Valiant L.G.* The complexity of enumeration and reliability problems // SIAM J. Comput. Vol.8. 1979. 410–421.

СЛАБЫЕ РЕШЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ

Д.А. Ляхов

Гиперболические дифференциально-операторные уравнения второго